

## Calcolo delle Probabilità

### Esercitazione 13. Variabili aleatorie doppie continue

**Esercizio A.** Siano date le variabili aleatorie  $X$  ed  $Y$  con funzione di densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Determinare le funzioni di densità marginali  $f_X(x)$  ed  $f_Y(y)$ .
- b) Calcolare  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\text{Var}(X)$  e  $\text{Var}(Y)$ .
- c) Calcolare  $\text{Cov}(X, Y)$  e  $\text{Corr}(X, Y)$ .
- d) Indicare se  $X$  ed  $Y$  sono stocasticamente indipendenti.

**Esercizio B.** Siano date due variabili aleatorie  $X$  ed  $Y$  con funzione di densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x + \frac{3}{2}y^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Determinare le funzioni di densità marginali  $f_X(x)$  ed  $f_Y(y)$ .
- b) Calcolare la probabilità  $P(X \leq 1/2, 1/4 < Y < 1/2)$ .
- c) Calcolare la funzione di densità condizionata  $f_{X|Y}$  ed il valore atteso condizionato  $E(X|Y)$ .
- d) Calcolare la probabilità  $P(X \leq 1/2|Y = 1/2)$ .
- e) Calcolare la  $\text{Cov}(X, Y)$ .