

Calcolo delle Probabilità

Esercitazione 5. Variabili aleatorie discrete: distribuzione di probabilità e funzione di ripartizione

Esercizio A. Si lanci una moneta 3 volte. Assumendo che $P(T) = 2/3$ e $P(C) = 1/3$, determinare:

- a) le probabilità di ognuno degli eventi elementari dello spazio campionario Ω ;
- b) la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria X definita come il numero massimo di volte che si presenta testa consecutivamente;
- c) la funzione di ripartizione di X con il relativo grafico.

Esercizio B. Si lanci una coppia di dadi. Si descriva lo spazio campionario Ω .

Siano X e Y le variabili aleatorie $X, Y : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ definite da:

$$X(i, j) = \min\{i, j\}, \text{ per ogni } (i, j) \in \Omega, \quad \text{e} \quad Y(i, j) = i + j, \text{ per ogni } (i, j) \in \Omega.$$

Determinare la funzione di probabilità e la funzione di ripartizione delle quattro variabili aleatorie $X, Y, W = X + Y$ e $Z = X \cdot Y$.

Esercizio C. Un sistema è composto da 20 componenti funzionanti in modo indipendente, ciascuno dei quali ha probabilità 0,1 di guastarsi nell'arco di un mese. Sapendo che il funzionamento del sistema è garantito da quello di almeno 17 componenti, determinare la probabilità che il sistema funzioni nel mese considerato.

Esercizio D. a) Al fine del superamento di un esame è necessario rispondere esattamente ad almeno 4 domande su 6 di un test a risposta chiusa: ogni domanda presenta 4 risposte di cui una soltanto è corretta. Qual è la probabilità che uno studente superi l'esame rispondendo a caso?

b) Si supponga che al momento di preparare il test il docente voglia scegliere il numero k di domande a cui lo studente deve rispondere correttamente per superare l'esame. Il docente determina k in modo tale che ogni studente abbia, rispondendo a caso, probabilità il più vicino possibile a 0,5 di superare l'esame. Calcolare k utilizzando la funzione di ripartizione.

Esercizio E. Una certa famiglia ha 10 bambini. Considerato che la probabilità che nasca un maschio o una femmina è uguale a 0,5 trovare con che probabilità in quella famiglia:

- a) vi sono 5 maschi e 5 femmine;
- b) il numero dei maschi è compreso fra 3 e 8.

Esercizio F. È noto che la probabilità di produrre punte di trapano di grandissima fragilità (difettose) è pari a 0,02. I pezzi sono confezionati in scatole che contengono cento unità. Con che probabilità:

- a) in una scatola non vi saranno pezzi difettosi?
- b) il numero dei pezzi difettosi sarà inferiore a tre?