

Calcolo delle Probabilità

Esercitazione 8. Valore atteso, varianza e disuguaglianza di Tchebycheff

Esercizio A. Si lanci una moneta non truccata finchè non si presenta “testa” oppure 5 volte “croce”.

- a) Determinare gli eventi elementari dell’esperimento.
- b) Indicando con N il numero di lanci effettuati, determinare la funzione di probabilità della variabile aleatoria N .
- c) Determinare il numero atteso di lanci della moneta.

Esercizio B. Al Casinò di Venezia, un giocatore giapponese può giocare alla roulette al massimo 5 volte in una serata. Ogni volta che gioca vince o perde un euro. Il giocatore comincia con 1 euro e si fermerà prima di aver giocato 5 partite se perderà tutti i soldi o se vincerà 3 euro, cioè quando avrà 4 euro. Si assuma che la probabilità di vincere in ogni singola partita sia pari ad $1/4$.

- a) Costruire il diagramma ad albero per le partite della serata.
- b) Descrivere tutti i modi in cui può terminare la serata (cioè tutti gli eventi elementari) e determinare le rispettive probabilità.
- c) Calcolare la probabilità che il giocatore smetta di giocare prima della quinta partita (cioè che non giochi la quinta partita).
- d) Calcolare la probabilità di non perdere (cioè di non rimanere con zero euro), dato che ha giocato 5 partite.
- e) Indicando con Y il numero di partite giocate nella serata, calcolare $E(Y)$ e $\text{Var}(Y)$.
- f) Indicando con X l’ammontare di euro in possesso del giocatore alla fine della serata, calcolare $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.
- g) Considerando che 1 euro = 99 yen, calcolare il valore atteso e la varianza dell’ammontare di yen in possesso del giocatore alla fine della serata.

Esercizio C. (*Facoltativo.*) Si assuma che la variabile aleatoria X abbia distribuzione binomiale con parametri n e p . Assumendo n fissato (si può assumere, ad esempio, $n = 10$), determinare il valore di p per cui è massima la varianza di X .

Esercizio D. Relativamente all’Esercizio A dell’Esercitazione 6, calcolare valore atteso e varianza della variabile aleatoria continua X .

Esercizio E. Relativamente all’Esercizio B dell’Esercitazione 6, calcolare valore atteso e varianza delle variabili aleatorie continue X ed Y .

Esercizio F. Si assuma che il numero (X) di giornali venduti al giorno in un’edicola possa essere descritto da una variabile aleatoria discreta con $E(X) = 40$ e $\text{Var}(X) = 100$, e si sappia inoltre che il costo di ogni giornale è pari a 1.500 lire.

- a)** Indicando con G le entrate complessive giornaliere dalla vendita di giornali, determinare $E(G)$ e $\text{Var}(G)$, sia in lire che in euro (1 euro=1.936,27 lire).
- b)** Determinare un limite superiore per la probabilità che in un dato giorno si vendano più di 50 giornali.
- c)** Determinare un limite inferiore per la probabilità che in un dato giorno si venda un numero di giornali compreso tra 21 e 59.

Esercizio G. Data una variabile aleatoria continua X con $E(X) = 3$ e $E(X^2) = 13$, determinare un estremo inferiore per $P(-2 < X < 8)$.