

Calcolo delle Probabilità

Esercitazione 6. Variabili aleatorie continue: funzione di densità e funzione di ripartizione

Esercizio A. Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di ripartizione

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Determinare $P(X < 1,5)$, $P(X \geq 0,5)$ e $P(1 < X < 2)$.
- b) Determinare la funzione di densità della variabile aleatoria X .

Esercizio B. Siano X ed Y due variabili aleatorie continue con funzione di densità:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1], \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

- a) Verificare che $f_X(x)$ ed $f_Y(y)$ sono in effetti funzioni di densità (cioè che sono non negative e che il loro integrale da $-\infty$ a ∞ è pari a 1).
- b) Calcolare le funzioni di ripartizione delle variabili aleatorie X ed Y .
- c) Calcolare le probabilità:
 - (i) $P(X > 0,75)$;
 - (ii) $P(0,2 \leq X < 0,5)$;
 - (iii) $P(Y \geq 1,5)$;
 - (iv) $P(-3 < Y \leq 2)$.