

Calcolo delle Probabilità

Esercitazione 9. Distribuzione di Poisson e distribuzione geometrica

Esercizio A. Si assuma che il numero (X) di chiamate telefoniche alla portineria di un dato dipartimento dalle ore 8:00 alle 9:00 possa considerarsi una variabile aleatoria con distribuzione di Poisson di parametro $\lambda = 15$.

- a) Calcolare la probabilità che nel periodo considerato ci siano più di 2 chiamate.
- b) Calcolare la probabilità che nel periodo considerato ci siano esattamente 20 chiamate.

Esercizio B. Si supponga che 300 errori di stampa siano distribuiti a caso in un libro di 500 pagine e si consideri il numero di errori che possono essere presenti nella prima pagina.

- a) Calcolare la probabilità che la prima pagina contenga esattamente 2 errori e la probabilità che la prima pagina contenga almeno 2 errori. (Immaginando che il numero di errori presenti nella prima pagina possa considerarsi come il numero di successi in $n = 300$ prove indipendenti ciascuna con probabilità di successo $p = 1/500$, le probabilità possono essere calcolate applicando lo schema binomiale.)
- b) Calcolare le probabilità considerate al punto a) utilizzando l'approssimazione della distribuzione di Poisson alla distribuzione binomiale.

Esercizio C. Un investitore acquista un'azione della società Random Invest S.p.a. ad un prezzo di 100 euro e controlla il prezzo ufficiale dell'azione alla fine di ogni giorno. Si supponga che ogni giorno tale prezzo possa essere pari a 1,5 volte il prezzo del giorno precedente con probabilità $1/2$ o essere pari a $0,5$ volte il prezzo del giorno precedente, con la stessa probabilità. L'investitore decide di tenere la sua azione finché il prezzo sale e la vende il giorno in cui il prezzo scende per la prima volta.

- a) Calcolare il numero atteso di giorni in cui l'investitore tiene l'azione e la probabilità che egli rivenda l'azione alla fine del quinto giorno.
- b) Calcolare la probabilità che l'investitore rivenda l'azione alla fine del quindicesimo giorno dato che non l'ha venduta fino all'undicesimo giorno (cioè non l'ha venduta alla fine del decimo giorno).
- c) Qual è la probabilità che l'investitore, seguendo la strategia prescelta, subisca una perdita rispetto al prezzo iniziale dell'azione?

Esercizio D. Due amici si alternano a lanciare un dado (che si suppone equilibrato). Vince il primo a cui esce il numero 6. Si supponga che non ci sia limite al numero delle prove.

- a) Qual'è la probabilità che vinca il primo che inizia a lanciare? (Sugg.: si consideri che per $0 < a \leq 1$, si ha $1 + a^2 + a^4 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} a^{2i} = \sum_{i=0}^{\infty} (a^2)^i = 1/(1 - a^2)$.)
- b) Qual'è la probabilità che vinca il secondo che inizia a lanciare?