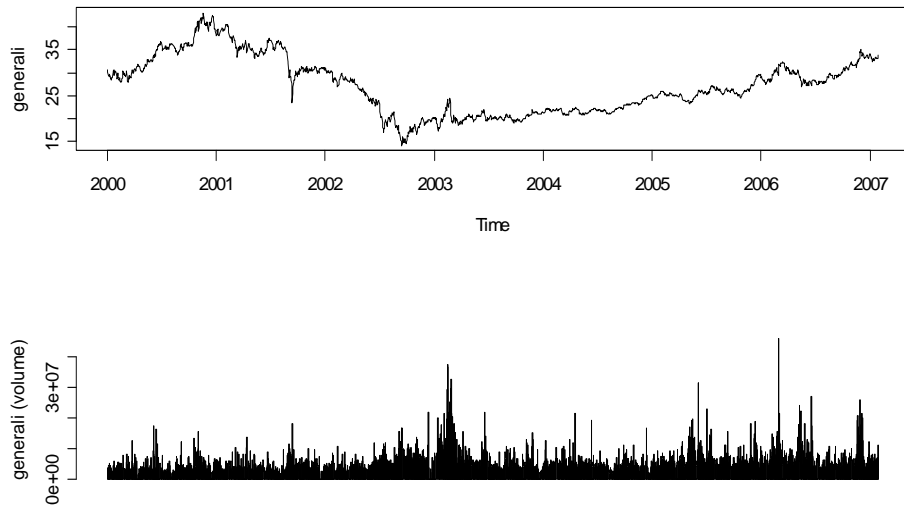

I RENDIMENTI

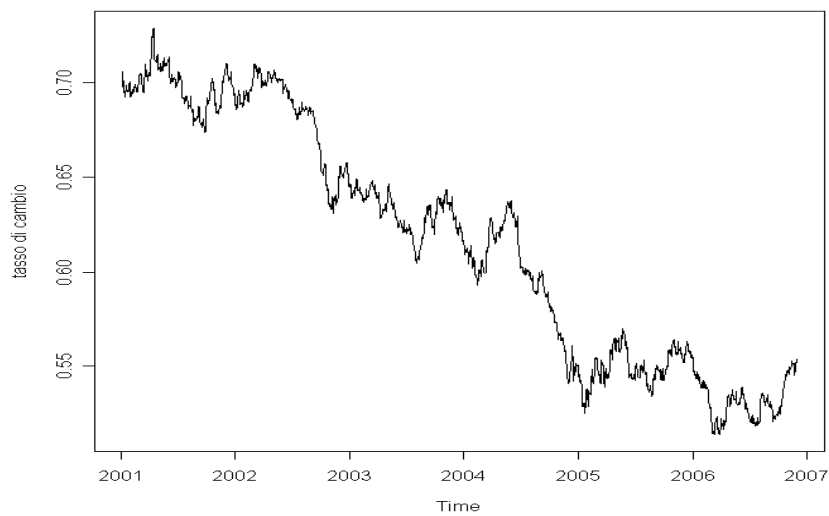
LE SERIE STORICHE FINANZIARIE

- **Attività finanziarie**
 - Azioni (es. Capitalia, Mediaset, ...)
 - Titoli di stato (BOT, BTP, ...)
 - Tassi di cambio (Euro/Dollaro, Euro/Sterlina, ...)
 - Indici di Borsa (S&P/MIB, CAC40, ETF ...)
 - Tassi di interesse (tasso ufficiale di sconto, tassi interbancari, ...)
 - Merci o *commodities* (oro, petrolio, ...)
 - Prodotti finanziari derivati (opzioni, contratti *forward*, contratti *futures*)
-

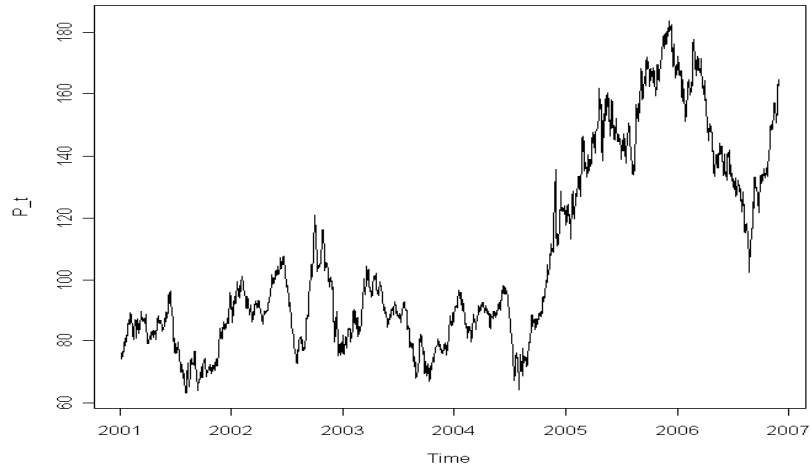
Generali gen2000-feb 2007 (dati giornalieri)



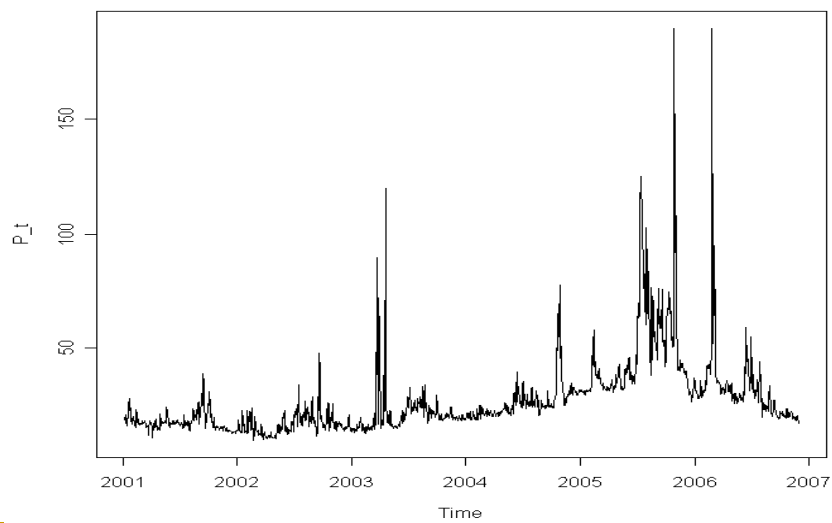
Cambio Sterlina/Dollaro 2001- 2007



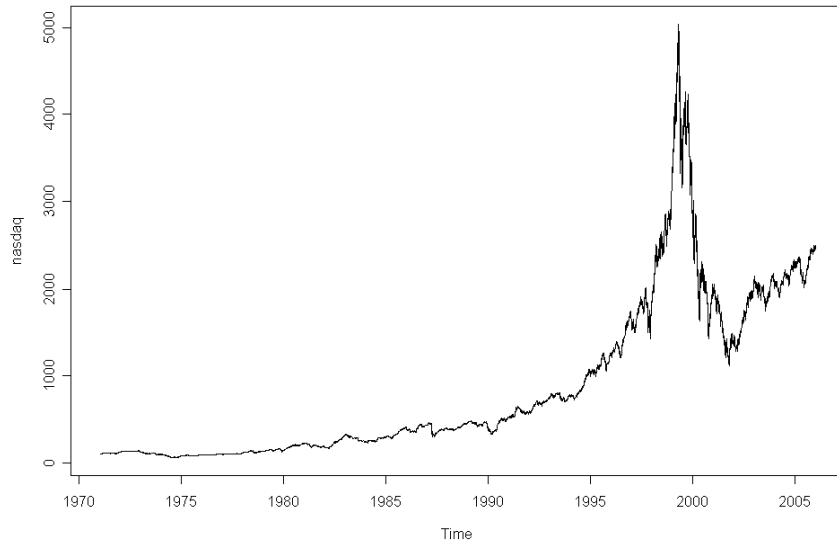
Prezzo del petrolio 2001 – marzo 2007



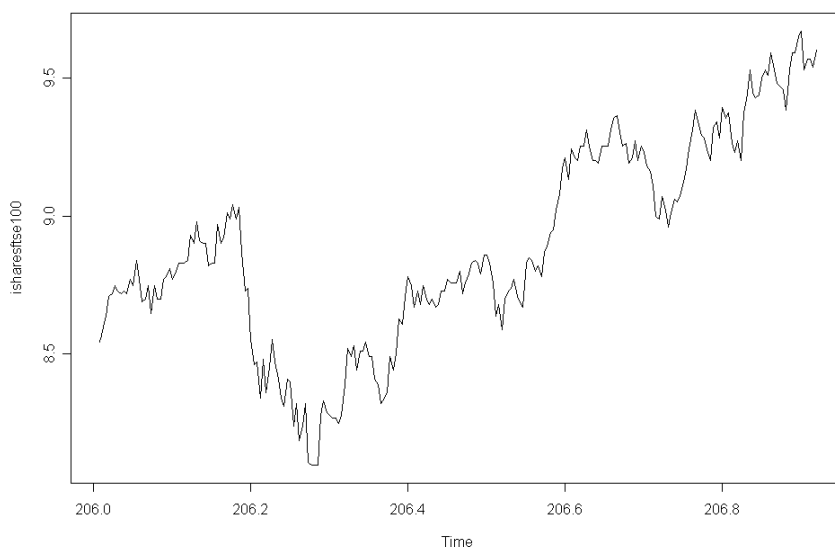
Prezzi energia elettrica UK



NASDAQ 1971 – feb 2007



ETF: ISHARES FTSE 100



LE SERIE STORICHE FINANZIARIE Tipi di analisi

- Singole attività
- Prezzi, rendimenti, volatilità

- Portafoglio di attività
- Rendimenti di un portafoglio, rischio associato ad un portafoglio, scelta del portafoglio ottimo.

I rendimenti

Rendimento assoluto

$$RA_t = P_t + D_t - P_{t-1}$$

Influenza dell'unità di misura e dell'ordine di grandezza dell'investimento iniziale, varianza proporzionale ai prezzi

Rendimento relativo (o tasso di rendimento semplice)

$$R_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1$$

$$\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{Capital gain} \quad \frac{D_t}{P_{t-1}} \quad \text{dividend yield}$$

Rendimento logaritmico (o tasso di rendimento con capitalizzazione continua)

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t + D_t) - \ln P_{t-1}$$

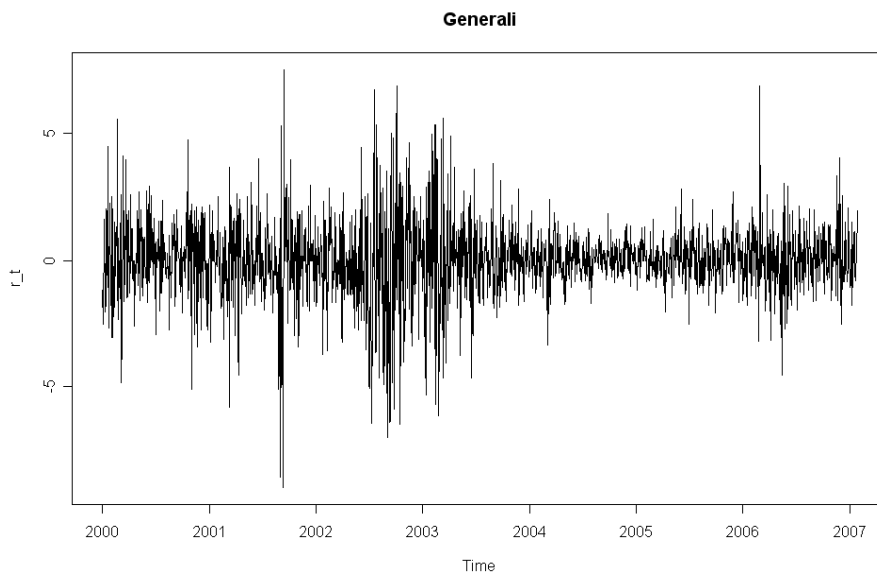
N.B.: $r_t = \ln(1 + R_t)$

Esempio di calcolo dei rendimenti con $D_t=0$

Titolo Eni - Prezzi e rendimenti

DATA	CLOSE	RA_t	R_t (%)	r_t (%)
29/01/2007	24.78	-	-	-
30/01/2007	24.77	-0.01	-0.04	-0.04
31/01/2007	24.7	-0.07	-0.28	-0.28
01/02/2007	24.85	0.15	0.61	0.61
02/02/2007	24.64	-0.21	-0.85	-0.85
05/02/2007	24.92	0.28	1.14	1.13
06/02/2007	24.82	-0.10	-0.40	-0.40
07/02/2007	24.78	-0.04	-0.16	-0.16
08/02/2007	24.64	-0.14	-0.56	-0.57
09/02/2007	24.65	0.01	0.04	0.04

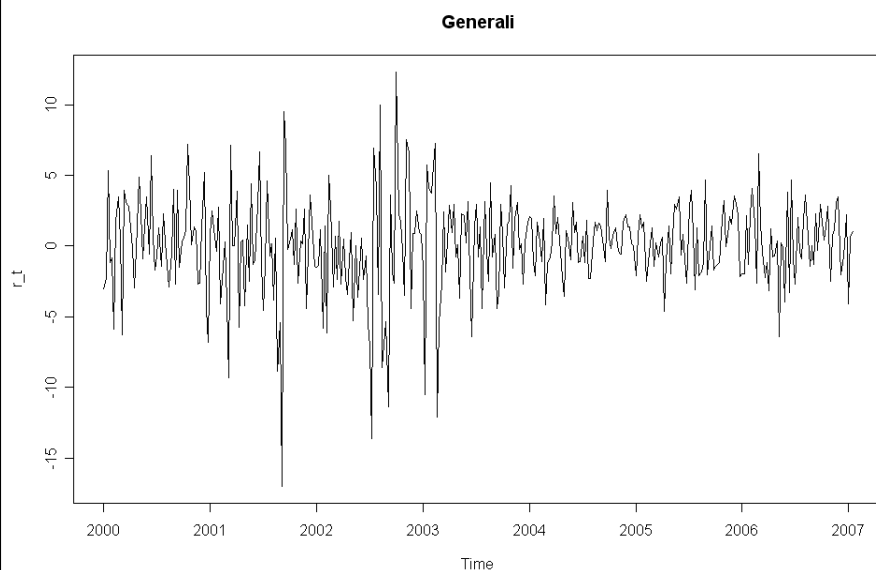
Generali: rendimenti giornalieri



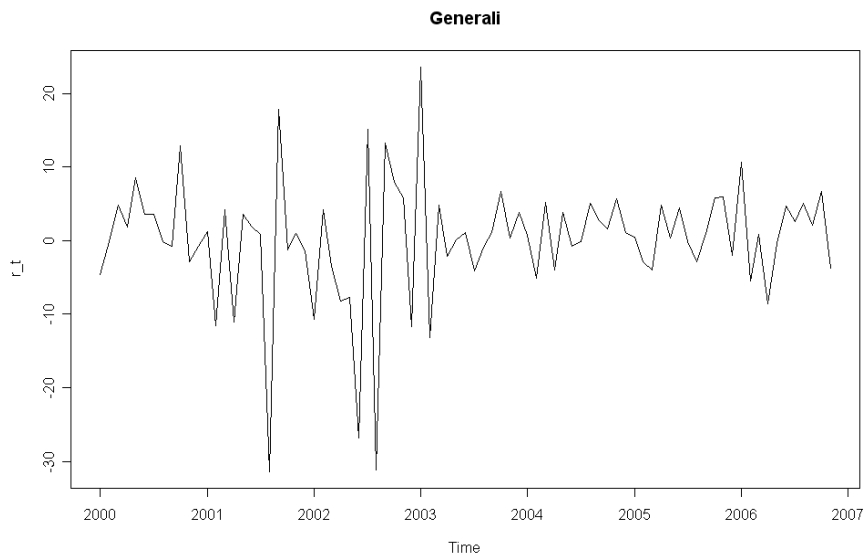
Calcolo dei rendimenti settimanali

- N.B. per calcolare i rendimenti settimanali, mensili, ecc. a partire da dati giornalieri si possono seguire almeno due strade:
- calcolo dei prezzi medi settimanali (mensili);
- scelta del giorno in relazione al quale calcolare i rendimenti (ad es. mercoledì per i rendimenti settimanali, giorno centrale del mese per i rendimenti mensili).
- Esempio su DAX30

Generali: rendimenti settimanali



Generali: rendimenti mensili



Una piccola dimostrazione...

Perché $R_t \cong r_t$?

Per definizione:

$$P_t = P_{t-1}(1 + R_t)$$

Passando ai logaritmi:

$$p_t = p_{t-1} + \ln(1 + R_t)$$

Attraverso l'espansione in serie di Taylor di $\ln(1 + R_t)$ attorno a 0 si ottiene:

$$\ln(1 + R_t) \cong R_t$$

per cui

$$R_t \cong p_t - p_{t-1} = r_t$$

Espansione in serie di Taylor

Formula generale

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{6}(x-x_0)^3 + \dots + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + R_n(x)$$

Espansione della funzione $\log(1+R_t)$ (attorno allo zero) approssimata al primo grado

$$f(x) = \log(1 + R_t)$$

$$x = R_t$$

$$x_0 \Rightarrow R_t = 0$$

$$f(x_0) = \log(1 + 0) = 0$$

$$f'(x_0) = d(\log(1 + R_t))|_{R_t=0} = \left(\frac{1}{1 + R_t} \times 1 \right) |_{R_t=0} = 1$$

$$(x - x_0) = R_t - 0 = R_t$$

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0 + 1 \times R_t = R_t$$

OPERAZIONI DI AGGREGAZIONE DEI RENDIMENTI

Aggregazione temporale

Rendimento relativo per k istanti

$$R_t(k) = \frac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}}$$

$$1 + R_t(k) = \frac{P_t}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdot \dots \cdot \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} =$$
$$= (1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \dots (1 + R_{t-k+1}) \Rightarrow$$

$$R_t(k) = [(1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \dots (1 + R_{t-k+1})] - 1$$

Montante unitario per k giorni su rendimenti relativi

Rendimento logaritmico per k istanti

$$r(k)_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-k}}\right)$$

$$r_t(k) = \ln[1 + R_t(k)] =$$
$$= \ln[(1 + R_t) \cdot (1 + R_{t-1}) \cdot \dots \cdot (1 + R_{t-k+1})] =$$
$$= r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-k+1}$$

N.B.: L'operazione di moltiplicazione è stata convertita in un'addizione.

Esempio di aggregazione temporale

Rendimenti a tre giorni (k=3) su ENI

DATA	CLOSE	RA_t	R_t	r_t	R_t(3)	r_t(3)
29/01/2007	24.78					
30/01/2007	24.77	-0.010	-0.040	-0.040		
31/01/2007	24.7	-0.070	-0.283	-0.283		
01/02/2007	24.85	0.150	0.607	0.605	0.282	0.282
02/02/2007	24.64	-0.210	-0.845	-0.849	-0.525	-0.526
05/02/2007	24.92	0.280	1.136	1.130	0.891	0.887
06/02/2007	24.82	-0.100	-0.401	-0.402	-0.121	-0.121
07/02/2007	24.78	-0.040	-0.161	-0.161	0.568	0.567
08/02/2007	24.64	-0.140	-0.565	-0.567	-1.124	-1.130
09/02/2007	24.65	0.010	0.041	0.041	-0.685	-0.687

Ad es.: $R_4(3)=0.282=[(0.9996*0.99727*1.00607)-1]*100$

...
 $r_4(3)=0.282=-0.040-0.283+0.605$

Aggregazione cross-section

Portafoglio costituito da N attività fin. Misurato in due istanti $t_0=0, t_1=1$.

$P_{10} \quad P_{20} \quad \dots \quad P_{N0}$
 $P_{11} \quad P_{21} \quad \dots \quad P_{N1}$
 $q_{10} \quad q_{20} \quad \dots \quad q_{N0}$

$$w_i = \frac{P_{i0}q_{i0}}{\sum_{i=1}^N P_{i0}q_{i0}}$$

Peso relativo della i -esima attività. Quantità invariate da 0 a 1

$$r_i = \ln\left(\frac{P_{i1}}{P_{i0}}\right) \Rightarrow P_{i1} = P_{i0}e^{r_i}$$

$$q_{i0}P_{i0} = w_iP_0$$

$$P_1 = \sum_{i=1}^N P_{i1}q_{i0} = \sum_{i=1}^N P_{i0}e^{r_i}q_{i0} = \sum_{i=1}^N w_iP_0e^{r_i}$$

$$r_{port} = \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^N w_iP_0e^{r_i}}{P_0}\right) = \ln\left(\sum_{i=1}^N w_i e^{r_i}\right)$$

Aggregazione *cross-section* dei rendimenti (2)

2) **Rendimento relativo**

-Prezzo del portafoglio $P_{i1} = P_{i0}(1 + R_i)$

$$P_1 = \sum_{i=1}^N q_{i0} P_{i1} = \sum_{i=1}^N q_{i0} P_{i0} (1 + R_i) = \sum_{i=1}^N w_i P_0 (1 + R_i)$$

$$P_1 = w_1 P_0 (1 + R_1) + w_2 P_0 (1 + R_2) + \dots + w_N P_0 (1 + R_N)$$

-Rendimento del portafoglio

$$R_{port} = \sum_{i=1}^N w_i R_i$$

Infatti, $R_{port} = [(P_1 - P_0) / P_0]$ e

$$\sum w_i = 1$$

Esempio di aggregazione *cross-section*

Prezzi di tre titoli (Generali, Telecom, Eni)

Data	generali	telecom	eni
01/07/2002	30.67	9.718	13.791
01/08/2002	30.65	9.745	13.966
01/09/2002	31.13	9.676	13.76
01/10/2002	30.69	9.394	13.536
01/11/2002	30.77	9.4	13.951
01/14/2002	30.33	9.136	13.682
n. pezzi	1000	5000	10000
Pesi ass.	30670	48590	137910
Pesi rel.	0.141226	0.223742	0.635032
$r_{i(\text{settimanale})}$	-0.01115	-0.06176	-0.00794
$R_{i(\text{settimanale})}$	-0.01109	-0.05989	-0.0079

N.B.: i pesi sono calcolati al tempo zero

N.B.: il rendimento settimanale è calcolato rispetto al lunedì, cioè lunedì 14 rispetto a lunedì 7.

Esempio di aggregazione *cross-section* (2)

$$r_{port} = \ln(0.141 * \exp(-0.01115) + 0.224 * \exp(-0.06176) + 0.635 * \exp(-0.0079)) \\ = -0.02019$$

$$R_{port} = 0.141 * (-0.01109) + 0.224 * (-0.05989) + 0.635 * (-0.0079) = -0.01998$$

Verifica

$$P_1 = 30.33 * 10000 + 9.136 * 5000 + 13.682 * 10000 = 212830$$

$$P_0 = 30.67 * 10000 + 9.718 * 5000 + 13.791 * 10000 = 217170$$

$$R_{port} = (212830 - 217170) / 217170 = -0.01998$$

$$r_{port} = \ln(212830 / 217170) = -0.02019$$

Primi comandi in R

- L'assegnazione di un valore ad un variabile avviene tramite l'operatore `<-`
`a<-12`
- Il concatenamento di oggetti si ottiene con il comando `c`
`x<-c(2,3,4)`
`y<-c("stringa1", "stringa2", "stringa3")`
- E' possibile ottenere sequenze numeriche con il comando `seq`
`a<-seq(minimo, massimo, incremento)`
- Per ottenere vettori di costanti o con andamenti regolari si usa il comando `rep`
`rep(costante, n. di volte)`
`rep(min:max, n. di volte)`
`rep(c(0,6), n. di volte)`
- Per individuare le posizioni di un vettore che soddisfano un criterio
`which(rep(1:5,4)>3)`

Primi comandi in R

- Si supponga di avere una serie storica in formato ASCII contenuta nel file `u:/dati/pippo.dat`. Per assegnare questa serie storica ad una variabile `x` di tipo array
`x<-scan("u:/dati/pippo.dat ")`
- Si noti l'uso della barra / al posto della barra rovesciata \ tipica del DOS.
- Nel caso di serie storiche è possibile creare degli oggetti di classe `ts` mediante la
funzione `ts`. Per esempio, se i dati fossero annuali e partissero dal 1951 si avrebbe
`x<-ts(scan("u:/dati/pippo.dat"),start=1951,frequency=1)`
- Con dati mensili invece si dovrebbe scrivere
`x<-ts(scan("c:/sse/pippo.dat"),start=c(1951,1),frequency=12)`
- Per salvare il valore di una variabile `y` in un file `u:/dati/results.out` si deve usare il
comando
`write(y,"u:/dati/reults.out")`

Primi comandi in R

- • Per creare una matrice
`matrix(dati, nrow, ncol, byrow=TRUE)`
- • Numero righe e colonne in una matrice `x`
`nrow(x)`
`ncol(x)`
- • Per concatenare matrici o per aggiungere righe o colonne ad una matrice
`rbind(mat1, mat2)` # concatena per riga
`cbind(mat1, mat2)` # concatena per colonna
- Caricamento di un programma
`source("U:/MSF verona/programmi/prostoc.r")`
- Caricamento di una libreria
`library(tseries)`
- Per vedere gli oggetti correntemente disponibili
`objects()`
`ls(pat=".r")`
- Per rimuovere l'oggetto di nome `pippo`
`rm(pippo)`
`rm(list=ls())`

Primi comandi in R

- Per aprire una finestra su un comando, ad es. il comando *mean*
?mean
- Per vedere gli input di una funzione
args(mean)
- E' possibile creare il grafico di una serie di dati con il comando *plot*
plot(x, parametri)
- Per creare un diagramma a dispersione tra i dati in *x* e quelli in *y*
plot(x,y, parametri)
b=10+2.7*a+rnorm(100)
lm(b~a,data=as.data.frame(cbind(a,b)))
- Creazione di un istogramma
hist(x,breaks=15)
- Grafici di sottoserie
plot(window(x,n1,n2)) # sottoserie n1-n2 #
- Grafici multipli
win.graph(width=6, height=9)
par(mfrow=c(3,1))
plot(serie1)
plot(serie2)
plot(serie3)
- Per rappresentare diverse serie sullo stesso grafico è disponibile il comando *ts.plot* appartenente alla libreria *ts*
ts.plot(serie1,serie2,....,gpars=list(col=c(2,3,...)))

Primi comandi in R

- Lunghezza di una serie
length(x)
- Varie statistiche descrittive
summary(x)
- Media
mean(x)
- Mediana
median(x)
- Varianza
var(x)
- Quantili
quantile(x, c(0.3,0.8))
- Trasformazione logaritmica
log(x),log10(x)
- Differenziazione
diff(x,lag=1,differences=1)
- Campionamento da una serie (una osservazione ogni 4)
x.sub<-x[seq(1,length(x),by=4)]
- Indice di asimmetria (libreria *fBasics*)
skewness(x)
- Indice di curtosi (libreria *fBasics*)
kurtosis(x)

Alcuni comandi in R per le serie storiche

```
■ nomi<-as.matrix(nomi)
■ a<-(paste("u:/dati/",nomi[i],"csv",sep=""))
■ titolo<-read.csv(a,header=TRUE,dec=".",sep=",")
■ close<-as.matrix(seq(durata,1,-1))
■ close<-cbind(close,titolo[1:durata,5])
■ close<-close[sort.list(close[,1]), ]
■ close<-as.matrix(close[,2:ncol(close)])
■ close.ts<-ts(close,start=data.iniz,frequency=260,names=nomi)

■ # Calcolo dei rendimenti giornalieri (Assoluti, Relativi, Logaritmici)
■ close.ra<-as.matrix(diff(close.ts[,ind]))
■ close.Rt<-as.matrix((lag(close.ts[,ind],1)/close.ts[,ind])-1)
■ close.rt<-as.matrix(diff(log(close.ts[,ind]),lag=1))

■ # Calcolo rendimenti con lag superiore a 1
■ lag.div<-3 # indica il lag per il calcolo della serie dei rendimenti (se lag=1 --> rend. a un giorno)
■ close.Rt.3<-as.matrix((lag(close.ts[,ind],3)/close.ts[,ind])-1)
■ close.rt.3<-as.matrix(diff(log(close.ts[,ind]),lag=3))

■ # Calcolo dei rendimenti settimanali (Assoluti, Relativi, Logaritmici)
■ lag.aggr<-5 # indica il lag per l'aggregazione (5 per i rendimenti settimanali)
■ ind.aggr<-seq(1,nrow(close.ts),lag.aggr) # è il vettore per l'estrazione dei giorni su cui calcolare i rend.
■ close.set<-close.ts[ind.aggr,ind]
■ close.ra.s<-as.matrix(diff(close.ts[ind.aggr,ind]),lag=1)
■ close.Rt.s<-as.matrix(close.ra.s/close.set[1:length(close.set)-1])
■ close.rt.s<-as.matrix(diff(log(close.ts[ind.aggr,ind]),lag=1))

■ ts.plot(ts(close.rt*100,start=data.iniz,frequency=260),type="l",main=nomi,ylab="r_t",xlab="Time")
■ ts.plot(ts(close.rt.s*100,start=data.iniz,frequency=12),type="l",main="Generali",ylab="r_t",xlab="Time")
```